

# INGENIARITZA FLUIDOMEKANIKOA

## AURKIBIDEA

### 0. FLUIDOEN EZAUGARRIAK

- 0.1. Fluidoaren definizioa
- 0.2. Gainazal-tentsioa
  - 0.2.1. Ukipen-angelua
  - 0.2.2. Kapilaritatea
- 0.3. Biskositatea
- 0.4. Newton-en biskositate legea
  - Ariketak

### 1. HIDROSTATIKA

- 1.1. Presioa
  - 1.1.1. Presioaren definizioa
  - 1.1.2. Presio hidrostatikoa
  - 1.1.3. Pascal-en printzipioa
  - 1.1.4. Presioaren neurketa
- 1.2. Gainazalen gaineko indarrak
  - 1.2.1. Gainazal laua
  - 1.2.2. Gainazal kurbatua
- 1.3. Flotazioa eta egonkortasuna
  - 1.3.1. Arkimedes-en printzipioa
  - 1.3.2. Murgildutako gorputzen oreka
  - 1.3.3. Flotatzen ari diren gorputzen oreka
  - Ariketak

### 2. HIDRODINAMIKA

- 2.1. Hidrodinamikako zenbait kontzeptu garrantzitsu
  - 2.1.1. Fluidoaren garraioa
  - 2.1.2. Fluxua
  - 2.1.3. Lerroak eta hodiak
- 2.2. Jarraitasunaren ekuazioa
- 2.3. Momentuaren ekuazioa
- 2.4. Bernouilli-ren ekuazioa
  - 2.4.1. Dedukzioa
  - 2.4.2. Aplikazioak
  - 2.4.3. Bestelako terminoak
- 2.5. Magnus efektua
  - Ariketak

### 3. FLUXU BISKOSOA

- 3.1. Karga-galera
- 3.2. Reynolds-en esperimendua
- 3.3. Poiseuille-ren formula
- 3.4. Sarrera-baldintzak fluxu laminarrean eta zurrunbilotsuan
- 3.5. Darcy-Weisbach-en ekuazioa. Adierazpen orokorrak
- 3.6. Galera kokatuak
  - 3.6.1. Galera-koefizienteak

- 3.6.2. Luzera baliokidearen metodoa
- 3.7. Hodien elkarketak
  - 3.7.1. Serie elkarketa
  - 3.7.2. Paralelo elkarketa
- Ariketak

#### **4. ANTZEKOTASUNA ETA AZTERKETA DIMENTSIONALA**

- 4.1. Antzekotasuna
- 4.2. Zenbaki adimentsionalak
  - 4.2.1. Reynolds-en zenbakia
  - 4.2.2. Froude-ren zenbakia
  - 4.2.3. Mach-en zenbakia / Cauchy-ren zenbakia
  - 4.2.4. Euler-ren zenbakia
  - 4.2.5. Weber-ren zenbakia
- 4.3. Erabateko antzekotasuna
- 4.4. Azterketa dimentsionala
  - 4.4.1. Berreduren biderketaren metodoa
  - 4.4.2. Buckingham-en pi teorema
- Ariketak

#### **5. KANPOKO FLUXUEN ERRESISTENTZIA**

- 5.1. Muga-geruza
  - 5.1.1. Muga-geruzaren garapena
  - 5.1.2. Muga-geruzaren kalkulua
  - 5.1.3. Muga-geruzaren jaulkipena
- 5.2. Erresistentzia
  - 5.2.1. Gainazal-erresistentzia
  - 5.2.2. Forma-erresistentzia
  - 5.2.3. Erresistentzia osoa
- 5.3. Arrastea eta sustentazioa
- Ariketak

## FLUIDOMEKANIKAREN HISTORIA LABURRA

<b>Zientzialaria</b>	<b>Datak</b>	<b>Egindako ekarpena</b>
<i>Arkimedes</i>	K.a. 287 - 212	Flotazioaren legeak
<i>Leonardo da Vinci</i>	1452 - 1519	Jarraitasunaren ekuazioa
<i>Evangelista Torricelli</i>	1608 - 1647	Ontzi baten irteera-abiadura Egurats-presioaren neurketa
<i>Blaise Pascal</i>	1623 - 1662	Pascal-en printzipioa
<i>Isaac Newton</i>	1642 - 1726	Biskositatearen legea Ereduen antzekotasuna
<i>Henri Pitot</i>	1695 - 1771	Pitot-en hodia
<i>Daniel Bernouilli</i>	1700 - 1782	Bernouilli-ren teorema
<i>Leonhard Euler</i>	1707 - 1783	Fluidoaren higidurako ekuazio diferentzialak Turbomakinen oinarritzko teorema
<i>Jean le Rond D'Alembert</i>	1717 - 1783	Jarraitasunaren ekuazio diferentziala D'Alembert-en paradoxa
<i>Chézy</i>	1718 - 1798	Chézy-ren formula isurbidetarako Ubideen antzekotasuna
<i>Joseph Louis Lagrange</i>	1736 - 1813	Funtzio potentziala eta korrontea
<i>Giovanni Battista Venturi</i>	1746 - 1822	Venturimetroa
<i>Fourneyron</i>	1802 - 1867	1. Turbina hidrauliko praktikoa
<i>Jean Louis Marie Poiseuille</i>	1799 - 1869	Poiseuille-ren adierazpena
<i>Julius Ludwig Weisbach</i>	1806 - 1871	Darcy-Weisbach-en ekuazioa Isurbideen ekuazioak
<i>William Froude</i>	1810 - 1879	Froude-ren antzekotasuna
<i>Claude Louis Navier</i>	1785 - 1836	Navier-Stokes-en ekuazioak
<i>George Gabriel Stokes</i>	1819 - 1903	
<i>Osborne Reynolds</i>	1842 - 1912	Fluxu laminarra eta zurrunbilotsua Reynolds-en zenbakia
<i>Bazin</i>	1829 - 1917	Isurbideen azterketak
<i>Joukowski</i>	1847 - 1921	Ariete-kolpea Joukowski-ren profil aerodinamikoak
<i>Frederick William Lanchester</i>	1868 - 1945	Sustentazioa Induzituriko arrastea
<i>Ludwig Prandtl</i>	1875 - 1953	Muga-geruzaren teoria



# 0. FLUIDOEN EZAUGARRIAK

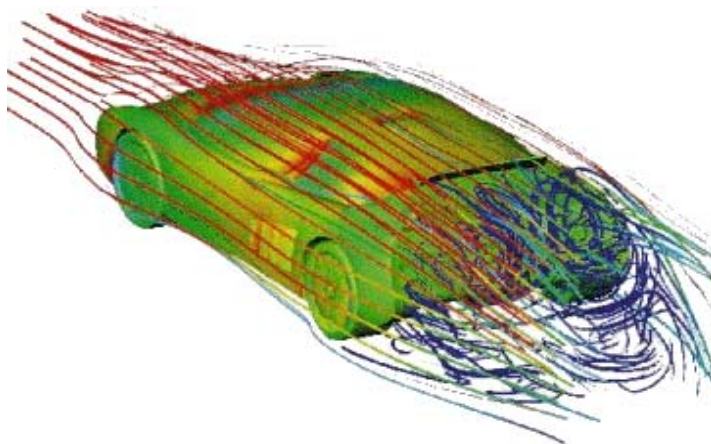
- 0.1. Fluidoaren definizioa
  - 0.2. Gainazal-tentsioa
    - 0.2.1. Ukipen-angelua
    - 0.2.2. Kapilaritatea
  - 0.3. Biskositatea
  - 0.4. Newton-en biskositate legea
- Ariketak

Fluidoaren Mekanikak orekan dauden fluidoak eta higitzen ari direnak makroskopikoki aztertzeaz arduratzen da. Horretaz gain, fluidoekin kontaktuan dauden gorputzen gainean agertzen diren efektuak ere aztertzen ditu.



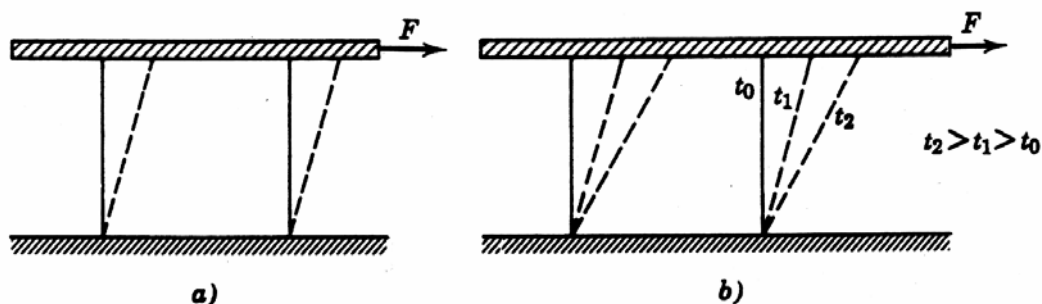
Hau esanda, ondoko galdera planteatu dezakegu: Ingeniaritza Fluidomekanikoan aztertzen ditugun gauzek zertarako balio dute?

Fluidoaren Mekanikako oinarriak Ingeniaritzako arlo askotan aplikatu egiten dira. Honako hauek izan daitezke adibide egokiak: ibilgailuen karrozerien diseinua (garraiobide ia guztien diseinua fluidoaren mekanikaren oinarrietaz baliatzen da), propulsioko sistemen diseinua, makina hidraulikoen diseinua, lubrifikazio arazoak, aireztatze eta berotze sistemen diseinua, edozein hodi sistemen diseinua, urtegi eta portuen diseinua,... eta abar.



## 0.1. Fluidoaren definizioa

Bestelako azalpenekin hasi baino lehenago fluido hitzaz ulertzen duguna zehaztea komeni da. *Fluidoak ebakidura tentsio baten eraginez (edozein baliokoa izanik ere) etengabe deformatzen den sustantzia da.* Ebakidura tentsioaren balioa edozein izanda ere, deformazioa beti gertatzen da. Orduan, fluidoan higidura erlatiboen faltak ebakidura tentsioen gabezia erakusten du. Beraz, fluidoak tentsio normalak soilik onartzen dituzten material jarraituak dira. Beheko irudiko a) kasuan solido baten jokaera ikus daiteke, b) kasuan, berriz, fluido batena.



Fluidoaren definizio honen barruan *likidoak* eta *gasak* sartu egiten dira. Baina likidoak eta gasak ez dira era berean portatzen. Biak bereizten dituen ezaugarria konprimagarritasuna da. Likidoen konprimagarritasuna ia nulua den artean, gasena oso handia izaten da. Horren ondorioz, likidoen dentsitatea ia konstante mantentzen da, eta gasena, berriz, baldintzen arabera aldatzen da.

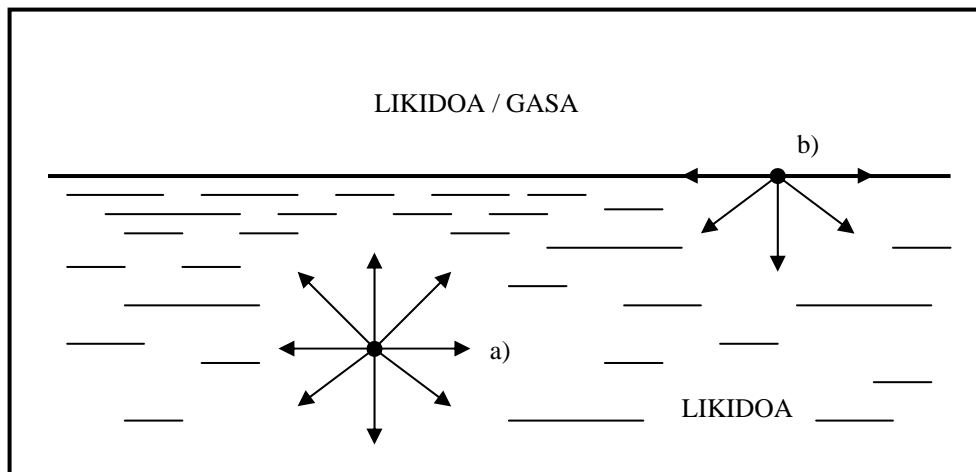
Jarraian fluidoaren bi propietate garrantzitsuak sakonki aztertuko ditugu: gainazal-tentsioa eta biskositatea.

## 0.2. Gainazal-tentsioa

Josteko erabiltzen den orratz bat horizontalki uraren gainazalean kontu handiz uzten badugu, gainazalean geratuko dela ikusiko dugu, nahiz eta bere dentsitatea urarena baino handiagoa izan. Zenbait intsektu, zapatarriak (“*Gerris lacustris*”) adibidez, uraren gainetik ibil daitezke, eta bere oinek uraren gainazalean depresioak sor ditzakete, baina ez dira barruan sartzen. Holako fenomenoak gainazal-tentsioaren adibideak dira, eta beraietan likidoaren gainazalak mintz baten moduan jokatzen du.



Likido batek ez dauka libreki hedatzeko gaitasunik; hori dela eta, bigarren likido edo gas batekin kontaktuan egotean fasearteko gainazala sortuko du. Likidoen molekulen arteko kohesio-indarrak, Van der Waals-en indarrak deritzenak, likido egitura posible egiten dutenak dira. Indar horiek molekulen arteko distantzia txikia denean, molekulak alderatu egiten dituzte, eta distantzia handia denean, berriz, erakarri.



Likidoaren barnean edo likidoaren gainazalean dauden molekulek era desberdinetan jokatzen dute. Likidoaren barneko molekulak (Ikus goiko irudian a)), norabide guztietan indar berdinez erakarria delarik, denetara, indar erresultantea nulua du. Ostera, gainazaletik hurbil dagoen molekularen kasuan (Ikus goiko irudian b)), inguruko molekulen erakarpenaren erresultanteak, likidoaren barnerantz zuzendurik dagoen indar bat sortzen du. Hots kohesio-indarrek barnerantz erakartzen dituzte gainazaleko molekulak, eta berez, beraiek soilik eragingo balute, likidoari ahalik eta azalerarik txikiena emango liokete. Gainazalaren forman eragiten duten kohesio-indar hauei *gainazal-indarrak* deritze. Gainazal-indarren eraginez, ur-tanta txikien forma esferikoa izaten da, bolumen zehatz batentzako azalerarik txikiena esferarena delako. Ur-tanta handia bada, bere pisuak tanta deformatuko du.

**0.1. Taula.** Hainbat likidoren gainazal-tentsioaren koefizienteak.

Likidoa	Temperatura (°C)	$\gamma$ ( $10^{-3}$ N/m) airearekin kontaktuan	$\gamma$ ( $10^{-3}$ N/m) urarekin kontaktuan
Bentzenoa	20	28,9	35,0
Karbono Tetrakloruroa	20	27,0	45,0
Metanol	20	22,6	22,7
Merkurioa	20	484	375
Glizerina	20	63,1	
Oliba-olioa	20	32,0	
Ura	0	75,6	
Ura	20	72,8	
Ura	60	66,2	
Ura	100	58,9	
Oxigenoa	- 193	15,7	
Helioa	- 269	0,12	

Likido baten faseartekoan  $dl$  ebaketa longitudinala egiten bada, ebaketaren bi aldetan kontrako noranzko bi indar berdinak agertuko dira. Indar hauek ebaketarekiko perpendikularrak dira eta faseartekoarekiko planokideak, eta beraien balioa  $\gamma dl$  da.  $\gamma$  delakoa likidoaren *gainazal-tentsioaren koefizientea* da, eta likidoa eta berarekin kontaktuan dagoen likidoa edo gasaren ezaugarria da. Nazioarteko Sisteman koefiziente honen unitateak  $N m^{-1}$  dira.  $\gamma$  tenperaturarekin batera aldatzen da, tenperatura igotzean bere balioa beheratzen delarik.

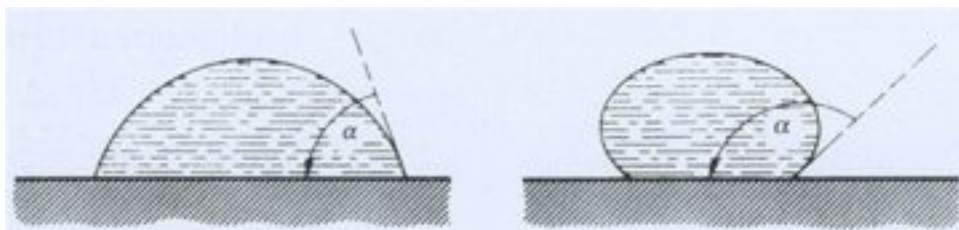
Beste aldetik, likidoaren gainazala  $dA$  handitzeko egin behar den lana  $\gamma dA$  da. Hori dela eta,  $\gamma$  delakoa gainazalaren azalera-unitateko energi modura kontsidera daiteke, edo beste era batean esanda: *Gainazal-tentsioaren koefizientea, likidoaren gainazala azalera-unitatez handitzeko behar den energia da.*



### 0.2.1. Ukipen-angelua

Demagun likido-gas/likidoa sistema ontzi batean kokatzen dugula, bertan hiru ukipen-gainazal ageri dira: solido-likidoa, solido-gas/likidoa eta likido-gas/likidoa. Hiru xafla hauen gainazal-tentsioen eraginaren ondorioz, likido-gas/likidoa sistemaren faseartekoak ontziaren solidoarekin angelu bat eratuko du. Angelu horri *ukipen-angelua* deituko diogu.

Hiru ukipen-gainazalen gainazal-tentsioen balioen arabera, ukipen-angelua hiru motatakoa izan daiteke. Lehenengo kasuan  $\theta > 90^\circ$  da, eta likidoak ez du solidoa bustitzen. (Adib.: merkurioa). Bigarren kasuan  $\theta < 90^\circ$  da, eta likidoak solidoa bustitzen du. (Adib.: olio, ura,...). Eta azkenik,  $\theta = 90^\circ$  kasua daukagu. Likido baten tanta bat solido baten gainean kokatuz, efektua oso ondo ikus daiteke (ikus beheko irudia). Bertan, lehenengo kasuan likidoak bustitzen du, eta bigarren kasuan, berriz, ez.



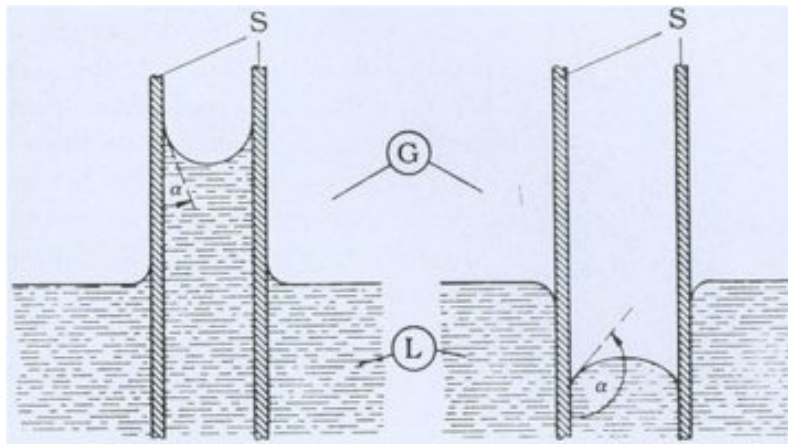


Likido batzuk ukipen-angelu ia nulua dute beira arruntarekin, berunezko beirarekin, pyrex-ekin eta kuartzo urtuzko beirarekin. Hauxe da, adibidez, uraren, alkoholaren, eterraren eta azido azetikoaren kasua, beste batzuen artean.

### 0.2.2. Kapilaritatea

Gainazal-indarraren eraginez, likido baten gainazalean bi solido oso hurbil jartzean kapilaritatea deituriko fenomeno ageri da. Hodi oso finetan, hodi kapilarretan alegia, efektua askoz argiago ikusten da. Kapilaritatea ukipen-angeluaren arabera da, horrela, ukipen-angeluarekin egiten genuen sailkapen bera egin dezakegu. Likidoa bustitzen dueneko kasuan ( $\theta < 90^\circ$ ), likidoa hoditik igoko da. Hormarekin duen kontaktu lerroan gainazaleko tentsioak likidoa gorantz bultzatzen du. Horrela, likidoa hoditik igoko da, eta gainazaleko indarra eta igotako likidoaren pisua berdintzen diren egoeran oreka lortuko da. Berriz, likidoa bustitzen ez dueneko kasuan ( $\theta > 90^\circ$ ), likidoa hoditik jaitsiko da.

Kapilaritateagatik likidoak hartzen duen eite kurbatuari *menisko* deritzo. Meniskoaren eraginagatik, neurketa-tresnetako hodietan egiten diren irakurketak arretaz egin behar dira.



Kalkula dezagun bustitzen duen likido batek  $r$  barne-erradioko hodi kapilar batean igoko duen altuera. Likidoak jasango duen goranzko indarra hauxe da:

$$F = 2\pi r \gamma \cos \theta ,$$

non  $\theta$  likidoaren eta hodiaren hormaren arteko ukipen-angelua den. Beheranzko indarra likidoaren  $y$  altuerako zilindroaren pisua da:

$$mg = \rho \pi r^2 y g .$$

Orduan, oreka-egoeran bi adierazpenak berdinduz:

$$y = \frac{2\gamma \cos \theta}{\rho g r} .$$

Adierazpen honi, kapilaritateari buruzko *Jurin-en legea* deritzo. Beheraketa kapilarraren kasuan, adierazpen berbera erabil daiteke  $\cos \theta < 0$  delako.

### 0.3. Biskositatea

Fluidoek daukaten beste ezaugarri bat *biskositatea* da. Biskositatea ondo ulertu behar den kontzeptua da.

*Fluido baten biskositatea, fluidoak bere burua deformatzeko eskaintzen duen erresistentziari deritzo. Hau da, higidura laminarreko fluido-xaflak bere hurrenez hurrenekoen artean irristatzeko eskaintzen duen erresistentzia da.*

Hemen esandakoaren arabera, biskositatea fluidoaren barne-marruskadura modura uler dezakegu. Fluido bat ideala dela esaten dugunean, bere barneko esfortzuak presio soilak direla onartzen dugu (ez dago trakziorik). Hortaz fluido idealean indarrak gainazalarekiko elkarzutak dira. Fluidoak biskosoa bada, aipatu ditugun presioetatik gain, elkarrekintza tangentialak agertzen dira. Eta orduan, barneko marruskadura edo biskositatea kontuan hartu behar da.

Fluidoek erakusten duten biskositateak bi sorburu nagusiak ditu:

#### - **Molekulen kohesioa**

Materian, agregazio-egoera edozein izanda ere, partikulen artean kohesio-indarrak azaltzen dira (London indarrak, dipolo-dipolo indarrak, hidrogeno-zubiak,...). Indar hauek partikulak hurbiltzera jotzen dute, oso hurbileko distantzietan alderatzaileak badira ere. Horrela, kohesio-indarrek fluidoko partikulen gainean eragingo dute, bakoitza bere aldetik ez ihes egiteko. Era honetan, kohesio-indarrek partikulen higidura oztopatuko dute.

#### - **Partikulen arteko momentu linealaren elkartrukea**

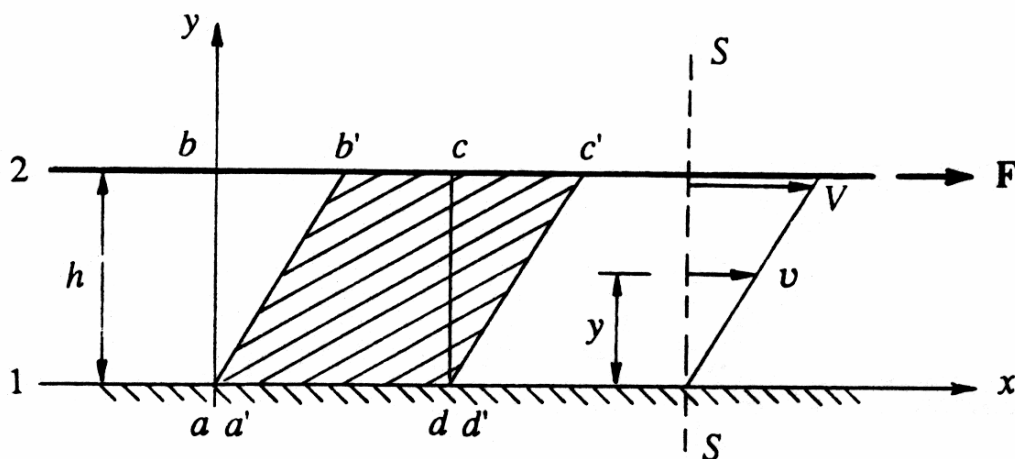
Fluidoaren partikulak kitzikadura termikoagatik higitu egiten dira. Higidura hau mikroskopikoa da. Hala ere, partikula guztiak kontuan hartzen baditugu, higidura makroskopikorik ez dago. Higidura mikroskopikoagatik, partikulek beraien artean talka egiten dute, momentu lineala trukaturik. Era horretan, higidura oztopatu egiten da. (Presio-eta tenperatura-baldintza normaletan, gas baten molekula bakoitza segundoko bere ibilbidetik 7.000 milioi aldiz desbideratua gertatzen da).

Fluido guztietan biskositatearen bi sorburu hauek ageri badira ere, likidoen kasuan biskositatea batez ere kohesioari dagokio, eta gasetan momentu linealaren trukaketari.

Biskositatearen efektuz, higitzen den fluido batean beraren geruzen higidura erlatiboaren aurkako indarrak agertzen dira. Marruskadurazko indar honi *biskositate-indar* deritzo, eta fluidoaren fluxuan gertatzen den energi galeraren erantzulea da.

### 0.4. Newton-en biskositate legea

Biskositatea fluido bakoitzaren ezaugarria da, eta parametro batzuen arabera aldatu egiten da. Parametroetariko bat abiadura da. Fluido baten erresistentzia bere deformazioa gertatzen den abiaduraren arabera da. Adibide modura, ezti-pote bat har dezakegu. Oso indar gutxi eginda atera dezakegu ezti-ontzitik koilarakada-eztia, oso geldi ateratzen badugu. Aldiz, ez titan dagoenean bat-batean tira egiten badugu, erresistentzia asko handituko da, eta beharbada ontzia bera ere koilaratik zintzilik gera daiteke. Gauza bera gertatzen da fluido batek tutu batean zehar zirkulatzen duenean, edota hegazkin bat airean higitzen denean, zenbat eta abiadura handiagoa, erresistentzia ere hainbat eta handiagoa izango da.



Suposa dezagun fluido bat  $A$  azalerako bi plaken artean kokaturik daukagula. Beheko plaka geldirik dago, eta goikoa,  $F$  indarraren eraginez,  $v$  abiadura konstantez higitzen da. Beheko plakarekin kontaktuan dagoen fluido-geruza biskositateagatik geldirik egongo da, eta goiko plakarekin kontaktuan dagoena  $v$  abiaduraz higituko da. Beraien artean dauden geruzak bitarteko abiadura bat izango dute. Goiko plaka  $v$  abiadura konstantez higitzeko eragin behar den  $F$  indarraren balioa *Newton-en biskositate legearen* bidez azaltzen da:

$$F = \mu A \frac{dv}{dy},$$

non  $\mu$  delakoa fluidoaren *biskositate dinamikoko koefizientea* den. Koefiziente hau fluido bakoitzaren ezaugarria da, eta bere unitatea Nazioarteko Sistematan hauxe da:

$$1 \text{ N s m}^{-2} = 1 \text{ Pa s}.$$

Hala ere, gehien erabiltzen den unitatea C.G.S. sistemakoa da, *poise* hain zuzen ( $P$  laburduraz eman ohi da). Unitatearen izena J. L. M. Poiseuille (1799-1869) mediku eta filosofo frantsesaren ohoretan ipinitako izena da.

$$1 \text{ P} = 1 \text{ dina s cm}^{-2} = 1 \text{ g cm}^{-1} \text{ s}^{-1}.$$

Bi unitateen arteko erlazioa honako hau da:

$$1 \text{ N s m}^{-2} = 10 \text{ P}.$$

Zenbait kasutan beste koefiziente bat erabiltzen da,  $\nu$  ikurrak adierazten dena hain zuzen:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho}.$$

Koefiziente honi *biskositate zinetikoa* deritzo, eta biskositate dinamikoa dentsitatez zatituz lortzen da. Nazioarteko Sistematan koefiziente honen unitatea  $\text{m}^2/\text{s}$  da. Baina, berriz ere, gehien erabiltzen den unitatea CGS sistemakoa da. Azken honi *stokes* deritzo ( $St$  laburduraz adierazten da).

$$1 \text{ St} = 1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}.$$

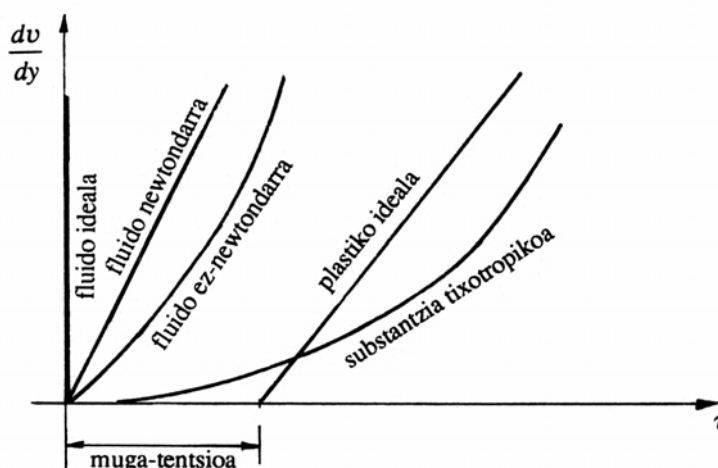
**0.2. Taula.** Likido arrunten biskositateak (1 atm, 20 °C).

Likidoa	$\mu$ (kg/ms)	$\nu$ (m <sup>2</sup> /s)
Alkohol etilikoa	$1,2 \cdot 10^{-3}$	$1,51 \cdot 10^{-6}$
Gasolina	$2,9 \cdot 10^{-4}$	$4,27 \cdot 10^{-7}$
Merkurioa	$1,5 \cdot 10^{-3}$	$1,16 \cdot 10^{-7}$
Olio lubrifikatzailea	0,26	$2,79 \cdot 10^{-4}$
Ura	$1,005 \cdot 10^{-3}$	$1,007 \cdot 10^{-6}$

Newton-en legea enpirikoa da, hau da, esperimentuen bidez frogatutako erlazioa da. Bertatik, plakari eragin beharreko ebakidura-tentsioa ere defini dezakegu honela:

$$\tau = \frac{F}{A} = \mu \frac{dv}{dy}.$$

Hala ere, fluido guztiek ez dute Newton-en legea betetzen. Hortaz, ekuazioa betetzen duten ala ez kontuan hartuta fluidoaren ondoko sailkapen hau egin dezakegu:



**- Fluido newtondarrak**

Hauek Newton-en legea betetzen dute. Horrela, beraien biskositate-koefizientea konstantea da, hots, koefiziente horrek ez du ebakidura-tentsioarekiko menpekotasunik. Fluido hauen adibideak honako hauek dira: ura, petrolio, fluido puruak, gas arruntak,...

**- Fluido idealak**

Berez, fluido newtondarren kasu bereziak dira, zeintzuetan biskositate-koefizientea nulua den:  $\mu = 0$ . Hau da, barne-marruskadurarik gabeko fluidoak dira.

**- Fluido ez-newtondarrak**

Hauen kasuan ez dago erlazio linealik  $\tau$  eta  $dv/dy$  direlakoan artean. Fluido hauen adibideak hauek izan daitezke: odola, dispertsio edo emulsio modura dauden likidoak,...

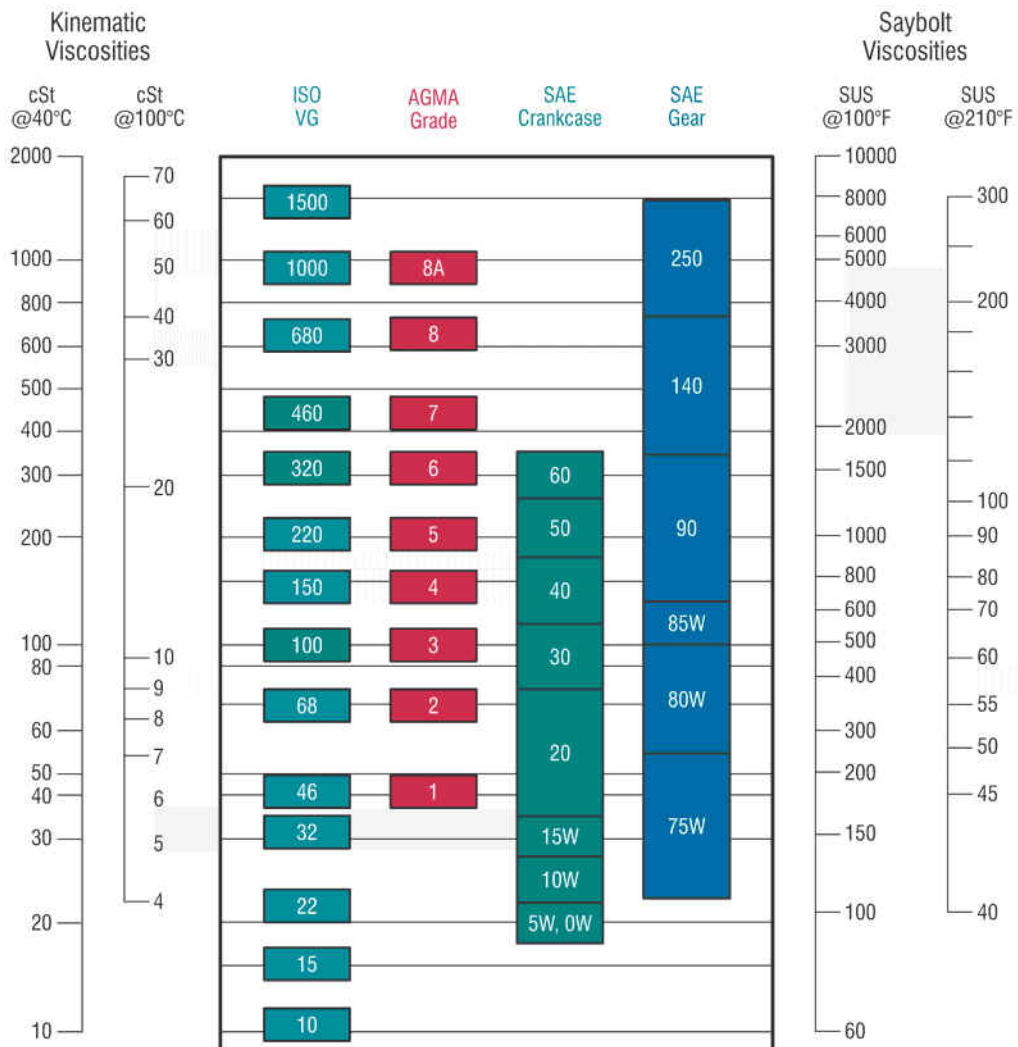
Beste aldetik, esperimentalki frogatu denez, muga batzuen barnean, fluidoaren biskositate-koefizienteak ez du ia presioaren mendekotasunik, baina tenperaturaren mendekotasuna bai oster. Berez, tenperatura berdinean egonik, gasen biskositatea likidoena baino txikiagoa da. Hala ere, gasetan eta likidoetan biskositatearen tenperaturarekiko konportamoldea ez da

berdina. Gasetan, biskositatea temperaturarekin batera handitzen da. Jakinaenez, temperatura handitzean, kitzikadura termikoa handitu egiten da. Gasetan biskositatearen erantzule nagusia momentu linealaren trukaketaenez, abiadura handitzen bada, efektu hau ere handituko da. Likidoetan, berriz, temperatura handitzean, kitzikadura termikoak kohesioaren efektua txikitu egiten du, eta horregatik likidoetan biskositatea txikitu egiten da.

**0.3. Taula.** Ura eta airearen biskositate dinamikokoak temperaturarekin aldatzen dira. Airearen balioak atmosfera bateko presioan neurtutakoak dira.

$T(^{\circ}\text{C})$	$\mu_{\text{ura}} \text{ (cP)}$	$\mu_{\text{airea}} \text{ (\mu P)}$
0	1,792	174
20	1,005	183
40	0,656	194
60	0,469	200
80	0,357	209
100	0,284	218

**Table 2. Comparative Viscosity Classifications**



**SAE Viscosity Grades for Engine Oils<sup>3</sup> — SAE J300 Dec 99**

The actual viscosity grade of a lubricant is determined by the Society of Automotive Engineers, for example SAE-15W40 for a multigrade oil and SAE-40 for a monograde oil. The first number (15W) refers to the viscosity grade at low temperatures (W from winter), whereas the second number (40) refers to the viscosity grade at high temperature.

SAE Viscosity Grade	Low Temperature Viscosities		High-Temperature Viscosities		
	Cranking <sup>b</sup> (mPa.s) max at temp °C	Pumping <sup>c</sup> (mPa.s) max at temp °C	Kinematic <sup>d</sup> (mm <sup>2</sup> /s) at 100°C		High Shear <sup>e</sup> Rate (mPa.s) at 150°C
			min	max	min
0W	6200 at -35	60 000 at -40	3.8	—	—
5W	6600 at -30	60 000 at -35	3.8	—	—
10W	7000 at -25	60 000 at -30	4.1	—	—
15W	7000 at -20	60 000 at -25	5.6	—	—
20W	9500 at -15	60 000 at -20	5.6	—	—
25W	13 000 at -10	60 000 at -15	9.3	—	—
20	—	—	5.6	<9.3	2.6
30	—	—	9.3	<12.5	2.9
40	—	—	12.5	<16.3	2.9
40	—	—	12.5	<16.3	3.7
50	—	—	16.3	<21.9	3.7
60	—	—	21.9	<26.1	3.7

## ARIKETAK

**0.1.-** Kalkulatu tanta esferiko baten presio-diferentzia. Datuak: tantaren erradioa  $R$  eta likidoaren gainazal-tentsioaren koefizientea  $\gamma$ .

**Emaitza:  $2\gamma/R$ .**

**0.2.-** Kalkulatu burbuila esferiko baten presio-diferentzia. Datuak: tantaren erradioa  $R$  eta likidoaren gainazal-tentsioaren koefizientea  $\gamma$ .

**Emaitza:  $4\gamma/R$ .**

**0.3.-** Arropa-garbigailuetan ura arroparen zuntzetatik pasatzean ur-tanta txikiak sortzen dira. Kalkula dezagun beraien barruko presioa. Demagun ur-tanta  $20\text{ }^\circ\text{C}$ -tan dagoela ( $\gamma = 72,8 \cdot 10^{-3}\text{ N/m}$ ). Kalkulatu zein den uraren gainpresioa urarekiko hurrengo kasuetan:  $d = 2,00\text{ mm}$ ,  $d = 20,0\text{ }\mu\text{m}$  eta  $d = 0,200\text{ }\mu\text{m}$ .

**Emaitzak:  $1,44 \cdot 10^{-3}\text{ atm}$ ;  $0,144\text{ atm}$ ;  $14,4\text{ atm}$ .**

**0.4.-**  $35\text{ mm}$ -ko jostorraz bat  $20\text{ }^\circ\text{C}$ -tan dagoen uraren gainazalaren gainean dago. Zein da eragin beharreko indarra jostorratza uretatik banatzeko? Datua:  $\gamma_{\text{ura}}(20\text{ }^\circ\text{C}) = 72,8 \cdot 10^{-3}\text{ N/m}$ .

**Emaitzak:  $5,10 \cdot 10^{-3}\text{ N}$ .**

**0.5.-**  $1,5\text{ mm}$ -ko erradioko hodi kapilarra daukagu. Hodia  $20\text{ }^\circ\text{C}$ -tan dagoen merkurioan sartzen dugu. Merkurioa igo ala jaitsiko da? Eta zenbat? Datuak:  $\gamma_{\text{merkurioa}}(20\text{ }^\circ\text{C}) = 0,514\text{ N/m}$ ,  $\theta_{\text{merkurioa}} = 140^\circ$  eta merkurioaren pisu espezifikoa  $133,1\text{ kN/m}^3$ .

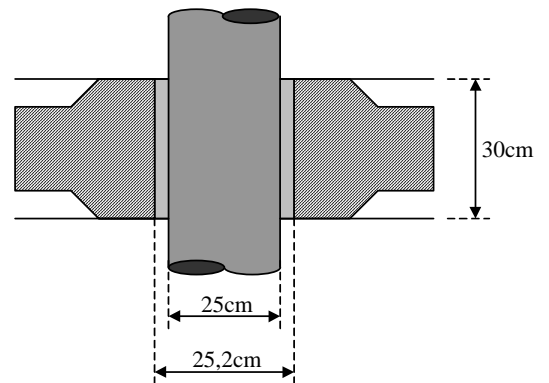
**Emaitzak:  $-3,94\text{ mm}$ .**

**0.6.-** Likido baten biskositate dinamikoa  $15,14\text{ P}$ -koa da, eta bere dentsitate erlatiboa  $0,964$ . Zein da bere biskositate zinematikoa?

**Emaitzak:  $1,57 \cdot 10^{-3}\text{ m}^2/\text{s}$ .**

**0.7.-** Kalkulatu irudiko ardatzaren eta kojinetearen artean dagoen olioaren biskositate dinamikoaren balioa, baldin eta  $60\text{ bira/min}$ -ko abiadura mantentzeko  $1\text{ Nm}$ -ko momentua behar baldin bada.

**Emaitzak:  $4,32 \cdot 10^{-2}\text{ Ns/m}^2$ .**



**0.8.-** Zorrozteko erabiltzen den harri zilindriko bat daukagu. Bere dimentsioak ondoko hauek dira: erradioa  $0,5\text{ m}$  eta altuera  $0,2\text{ m}$ . Harria bere diametroaren herena uretan sarturik dago. Ura gordetzen duen ontzia ere zilindrikoa da, eta bere erradioa harriarena baino  $2\text{ cm}$  handiagoa da, eta

bere luzera harriarena baino 4 cm handiagoa. Harria biratzen ari da, 30 bira/min-ko abiadura angeluarrez. Kalkulatu biskositate-indarrak sortzen dituen momentuak: aurpegi kurbatua eta alboko aldeetan. (Datua:  $\mu_{ura} = 1,2 \cdot 10^{-2} \text{ P}$ ).

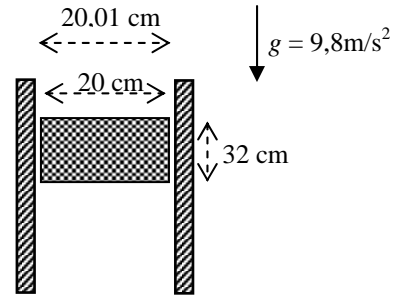
**Emaitzak:  $1,16 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$ ;  $1,28 \cdot 10^{-2} \text{ Nm}$ .**

**0.9.-** Ardatz bertikal baten muturra tronkokoikoa da (datuak:  $r = 1 \text{ cm}$ ,  $R = 1,2 \text{ cm}$  eta  $h = 2 \text{ cm}$ ). Kojinete batean biratzen du. Bi gainazalen artean olio geruza bat dago ( $\mu = 2 \text{ P}$ ), eta bere zabalera  $1/20 \text{ mm}$ -koa da. Bere biraketa-abiadura 400 bira/min-koa bada, zein da zurgatzen duen potentzia?

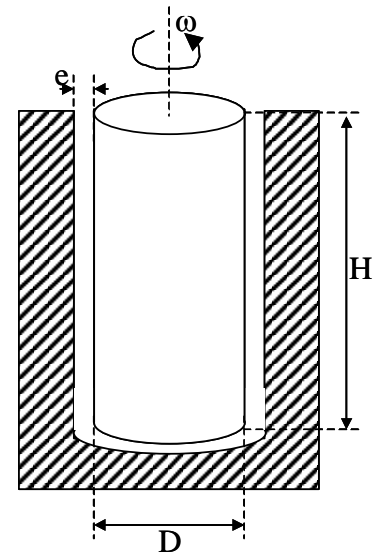
**Emaitza: 1,19 W.**

**0.10.-** 100 kg-ko enbolo bat grabitatearen ondorioz higitzen da abiadura konstantez zilindro bertikal baten barruan, irudian erakusten den bezala. Enboloa eta zilindroaren arteko espazioa  $\mu = 8,5 \text{ N}\cdot\text{s}/\text{m}^2$  biskositate dinamikodun olio z betetik dagoela jakinik, erortzen deneko abiadura kalkula ezazu.

**Emaitza: 2,87 cm/s.**



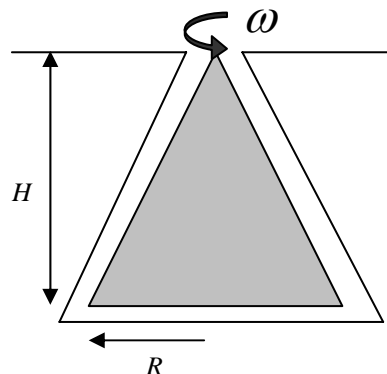
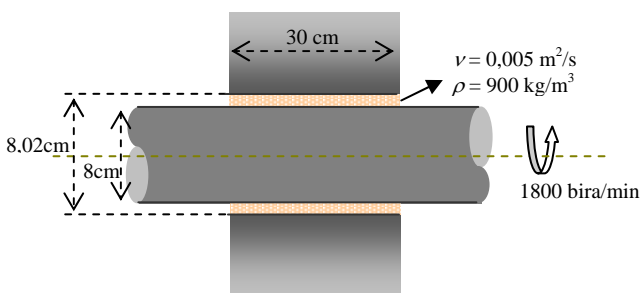
**0.11.-** Irudiko biskosimetroaren abiadura angeluarra  $\omega$  dela jakinda, kalkulatu ardatzaren gainean eragin beharreko  $M$  momentua.  $\mu$  biskositateko fluido bat biskosimetro osoa betetzen du. Suposatu fluidoaren abiadura-banaketak horma higikor eta finkoaren artean lege lineala jarraitzen duela. Suposatu baita ere  $e \ll D$  eta  $e \ll H$  direla, eta magnitude guztiak Nazioarteko Unitate-Sisteman adierazita daudela.



**Emaitza:** 
$$\frac{\mu\pi\omega D^3}{4e} \left( H + \frac{D}{8} \right).$$

**0.12.-** Ontzi baten barruan gorputz koniko bat  $\omega = 10 \text{ rad/s}$ -ko abiadura angeluarraz birarazten dugu (ikus beheko irudia). Ontzia eta konoaren artean olio-geruza fina dago,  $\mu = 0,45 \text{ kg/ms}$ . Olio-geruzaren lodiera  $0,01 \text{ cm}$  izanik, kalkula ezazu konoaren mugimendua mantentzeko egin beharreko momentua. (Datuak: konoaren oinarria  $R = 2 \text{ cm}$ , altuera  $4 \text{ cm}$ )

**Emaitza:** 
$$\frac{\mu\pi\omega R^4}{2e} \left( 1 + \frac{1}{\sin\alpha} \right).$$





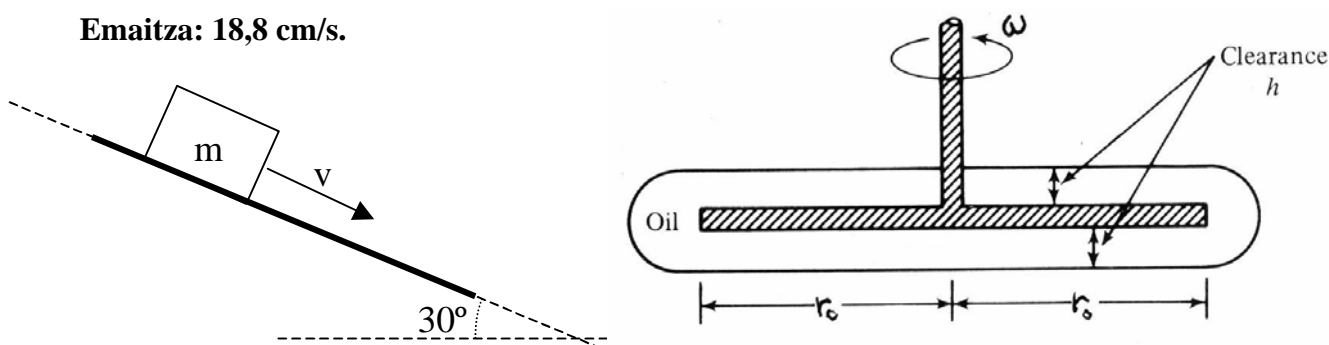
**0.13.-** 8,02 cm-ko barne-diametroa eta 30 cm-ko luzera duen karkasa baten barruan 8 cm-ko diametroan ardatza dago (ikus goiko irudia). Ardatza norabide axialean finkaturik dago, eta aldi berean 1800 bira minutuko biratzen ari da. Kalkulatu:

- Eragin beharreko momentua, Nm-tan, bien artean 0,005 m<sup>2</sup>/s-ko biskositatea eta 0,9 dentsitateko lubrifikatzailea badago.
- Higidura hau sortzeko behar den potentzia Kilowattetan.

**Emaitzak: 1023,28 Nm; 192,88 kW.**

**0.14.-** Beheko irudiko plano inklinatuaren gainazala  $\mu = 0,26$  kg/ms biskositateko olio baten bidez lubrifikatu egin da. Labaintzen erortzen ari den partikula baten muga-abiadura kalkulatu, bere masa  $m = 3$  kg-koa eta bere azpiko azalera  $A = 300$  cm<sup>2</sup>-koa izanik. Suposatu partikularen azpian dagoen olio-geruzaren lodiera  $e = 0,1$  mm-koa dela.

**Emaitza: 18,8 cm/s.**



**0.15.-**  $r_0$  erradioko disko batek,  $\omega$  abiadura angeluarrez,  $\mu$  biskositatea duen olio bainu baten barnean biratzen du, goiko irudian azaltzen den moduan. Abiadurak profil lineala duela onartuz, eta diskoaren kanpo alboko aurpegiaren marruskadura mesprezatuz, aurki ezazu diskoaren gainean olioak eragiten duen momentuaren adierazpen matematikoa.

**Emaitza:** 
$$M_0 = \frac{\pi\mu\omega r_0^4}{h}$$

**0.16.-** 36 kg-ko blokea 2,1 m/s-ko abiadura konstantez mugiarazi nahi dugu. Blokea eta lurraren ukipen-gainazala 360 cm<sup>2</sup>-koa da. Kalkulatu aplikatu beharreko indarra ondoko bi kasu hauetan:

- marruskadura sikua,  $\mu = 0,2$ .
- marruskadura bustia, olio geruzaren lodiera = 0,25 mm eta  $\mu_{olioa} = 0,96$  P.

**Emaitzak: 70,56 N; 29,03 N.**

**0.17.-**  $R_1$  eta  $R_2$  erradioko bi zilindro ardazkideak ditugu,  $l$  luzerakoak. Barruko zilindroa ( $R_1$ ) geldirik dago, eta kanpokoa ( $R_2$ )  $\omega$  abiadura angeluar konstantez biratzen ari da. Bi zilindroen artean fluido konprima ezina dago, zeinek kanpoko zilindroaren biraketagatik higidura laminarra duen. Fluidoaren abiadura era honetan aldatzen da erradioarekin:

$$v(r) = \frac{\omega R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)} \left( r - \frac{R_1^2}{r} \right)$$

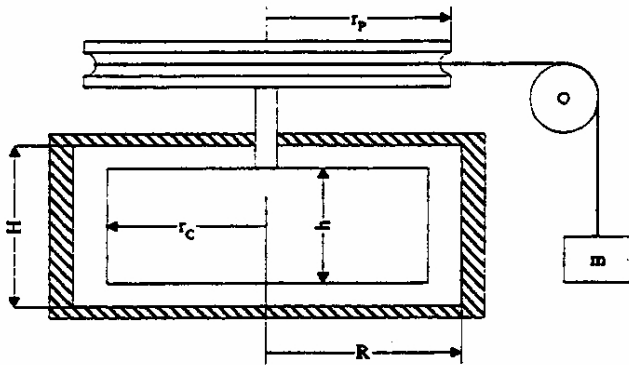
- Kalkulatu ebakidura-tentsioa fluidoaren edozein punturako.
- Irudikatu erradioaren funtzioan abiaduraren aldaketa eta ebakidura-tentsioa.

c) Kalkulatu kanpoko zilindroaren gainean eragin beharreko momentua abiadura angeluar konstantez bira dezan.

**Emaitzak:**  $\tau(r) = \frac{\mu\omega R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)} \left(1 + \frac{R_1^2}{r^2}\right)$ ;  $M(R_2) = -\frac{2\pi\mu\omega R_2^2}{(R_2^2 - R_1^2)} (R_2^2 + R_1^2)$ .

**0.18.-** Irudian azaltzen den zilindro ardazkideko biskosimetroak altzairuzko zilindro bat du barruan. Zilindro hau olioiz beteriko kutxa batean murgilduta dago. Olioaren biskositatea neurtu nahi dugu. Zilindro honek  $mg$  pisuaren eta bi poleen bidez gidaturiko soka baten laguntzaz bira dezake. Polea bat zilindroarekin batera biratzen da. Horma finko eta higikorren artean abiaduraren profila linealtzat har daiteke. Kalkula ezazu olioaren biskositate dinamikoa  $\omega$  abiadura angeluarra eta  $m$  masaren funtzioan. Biraketa-ardatzaren diametroa mesprezagarrria da.

**Emaitza:** 
$$\mu = \frac{mgr_p}{2\pi\omega r_c^3 \left( \frac{h}{(R-r_c)} + \frac{r_c}{(H-h)} \right)}$$



**0.19.-** Bertikalki jarrita dagoen hodi kapilarrean, ura 10 cm igotzen da gainazaletik (ikus goiko irudia). Hodi berdina horizontalarekiko 30°-ko angelua eratzen bada, zenbat igoko litzateke ura?

**0.20.-** Plaka zurrun infinitu bat olio-geruza ( $\mu$ ) baten gainean mugitzen da  $V$  abiaduraz, olio-geruza hau beste plaka zurrun baten gainean dagoelarik (ikus irudia). Lortu ebakidura-tentsioaren adierazpena: a) olioaren abiadura-profila parabolikoa bada eta b) olioaren abiadura-profila lineala bada (plaka zurrunen arteko distantzia,  $d$ , oso txikia).

